به نام خدا

پرسش ۱ : تبدیل خطی T : L -> W را در نظر بگیرید. نشان دهید T یک تبدیل injective می باشد اگر و تنها اگر null(T) = {0} باشد.

پرسش ۲ : با دلیل بگویید تبدیل های خطی زیر surjective هستند یا خیر

آ : $T : \mathfrak{p}_5(R) \rightarrow \mathfrak{p}_5(R)$ به طوریکه $T\mathfrak{p} = \mathfrak{p}'$

ب : $T : \mathfrak{p}_5(R) \rightarrow \mathfrak{p}_4(R)$ به طوریکه $T\mathfrak{p} = \mathfrak{p}'$

پرسش ۳ : تبدیل خطی T : V -> W را در نظر بگیرید. نشان دهید دو گزاره زیر معادل هستند.

۱ : T یک تبدیل isomorphism می باشد

۲ : اگر $\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ یک مجموعه بردار برای فضای برداری V باشد آنگاه $\{T(v_1), T(v_2), \ldots, T(v_k)\}$ یک مجموعه پایه برای W می باشد.

پرسش ۴ : فضای برداری V را فضای برداری تمام ماتریس های 2 در 2 متقارن در نظر بگیرید. (این فضا بعدش سه می باشد و یک مجموعه پایه آن $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ می باشد). یک تبدیل خطی ایزومورفیسم $T : \mathfrak{p}_2(R) \rightarrow V$ به طوریکه $T(1) = I$ می باشد بیابید.

پرسش ۵ : در نظر بگیرید دو مجموعه $D = \{d_1, d_2, d_3\}$ و $F = \{f_1, f_2, f_3\}$ که هر دو یک مجموعه پایه برای فضای برداری V باشند. سپس فرض کنید

$f_1 = 2d_1 - d_2 - d_3$ و $f_2 = 3d_2 + d_3$ و $f_3 = -3d_1 + 2d_3$

آ : پیدا کنید ماتریس تبدیل مختصات از F به D

ب : پیدا کنید $[x]_D$ را به صورتیکه $x = f_1 - 2f_2 + f_3$

پرسش ۶ : ماتریس A را در نظر بگیرید به طوریکه $A^3 = 2I$ ثابت کنید $A^2 - 2A + 2I$ وارون پذیر است.

پرسش ۷ : اگر ماتریس های $A_1, \ldots, A_m$ ماتریس های مربعی باشند. (ماتریس بلوکی زیر بالا مثلثی است و ماتریس های مربعی ذکر شده روی قطر اصلی قرار دارند)

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & * & \cdots & * \\ 0 & A_2 & \dots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & A_m \end{bmatrix}$$

اثبات کنید $\det(A) = \det(A_1) \det(A_2) \det(A_3) \ldots \det(A_m)$